## 关于复数几个知识点的理解和应用

## 结题报告

**主 持 人：吴天康**

**小组成员：古一含**

**指导老师：王晶晶**

**学 校：徐州市矿大实验学校**

## 研究背景

十八世纪初期，复变函数论渐渐开始迈出新芽。因十八世纪无穷级数形式的发展，要求数学家对级数进行严格化的研究。高斯在研究超几何级数的收敛性问题的论文标志着级数严格化研究的开始。十九世纪柯西、欧拉、高斯等数学家给出了判别无穷级数敛散性的诸多方法和定理，级数理论在19世纪就已经全面发展起来。瑞士数学家欧拉对复变函数所做出的工作，他于1777年比较完备地建立起了复数理论，对复变函数论中的一些重要结论进行了补充说明，发现了复指数函数与三角函数两者之间存在某种微妙的联系，并且成功地把复变函数理论与实际联系起来，在地图制图学和水力学上取得重大突破。

十九世纪的时候，数学家柯西和黎曼为了更加详细的研究流体力学，提出来“柯西-黎曼条件”。1770年在研究旋转体关系期间，拉普拉斯得到了著名的拉普拉斯方程，。

从二十世纪到现今，在弹性力学、信号系统、天体力学和理论物理等方面看到复变函数论发挥着重要的推动作用。

## 研究意义

众所周知，无论是在理论知识的推导还是在实际工程中的应用，幂级数展开式都发挥着重大的基础作用。因此，课题在所学复数知识的基础上，结合已有的幂级数理论，特别是复变函数中洛朗级数的理论，主要使用复变函数中与洛朗级数相关的知识，结合待定系数法，给出了函数的幂级数展开式。在已有的幂级数展开方法基础上，使用Schur多项式工具，给出了函数的幂级数展开式。该工具提供了一类形如函数幂级数展开式中系数的递推公式，比已有方法更高效、直观。

## 3．课题任务与要求

在查阅文献的基础之上，学习复变函数的基本内容，重点掌握复变函数中级数的四则运算和和函数的求法、学习留数的相关知识。应用复变函数中留数的理论求解问题。最后通过留数求级数的展开式，并且与已学习的相关内容进行进一步的比较。

复变函数中奇点、与洛朗级数相关的知识和理论并结合待定系数法对函数进行幂级数展开，并在此基础上得到函数幂级数展开中系数的递推公式。采用了三种方法对函数进行幂级数展开，并引进了一种新的数学工具——Schur多项式。通过Schur多项式给出函数幂级数展开中系数的递推公式。能够进行级数的计算并进行总结，具体如下：

（1）能够给出留数的计算方法。

（2）能够结合问题提出级数除法的计算问题。

（3）能够利用留数求级数的展开式。

## 4．课题研究创新点

课题在原有的研究成果和理论基础上，主要拥有以下两点创新：

第一，课题对级数的除法进行了研究。以往的知识中，都没有涉及级数的除法，只给出了级数的加减乘相关的定理和结论。

第二，借助于Schur多项式工具重新研究了一类与指数函数复合的函数的幂级数展开问题，用新的工具重新解决了已有的含有指数函数的幂级数展开问题，比已有的方法更直观、更方便。