**顺序发牌与随机数表之间的关系**

## 结题报告

**主 持 人：赵常景行**

**小组成员：石永烨**

**指导老师：李杨**

**学 校：徐州市矿大实验学校**

摘要：简单随机抽样的随机性，或者说是抽样的合理性，来源于其中的两个步骤：编号和抽取，其中给物品的编号不产生随机性，编号的随机性产生于物品编号和抽取编号的对应关系上，抽取的随机性基于抽取样本概率相等和抽取行为之间的相互独立性（前一次抽取行为不对下一次抽取行为产生影响）。顺序发牌的随机性也可以依此分为两部分，一是洗牌过程中对于编号的打乱，二是发牌过程中首张牌的确定。所以任一顺序发牌的过程均可以用一个与之对应的随机数表等价描述。同时应当注意的一点是，随机数表法中产生随机性的两步是联系成一个整体的，即随机数表法，但顺序发牌中，洗牌和发牌两个过程的割裂将导致对于一些题目的歧义，要之，“洗牌+发牌”的过程等价于随机数表法。

接下来将从两者的相关性及差异性两方面入手详细解释，简单起见，不使用52张扑克牌叙述，以1-6号6张牌，对甲乙两人发牌为例。

1. 相关性*（赵常景行思路）*

“洗牌+发牌”过程可用随机数表法描述，正向思路如下：

设一随机数表S = { ai,j }，起点为ax,y，总体数量为N（按1-N编号），自ax,y开始向后，超出编号范围或重复的不计，取出N个编号，产生一个单行有效数表S’= { bi }.

再对总牌数为N的一叠扑克牌（按1-N编号）进行洗牌操作，选取一张牌作为起始牌（相当于一次起牌/切牌操作），并按照接下来的编号顺序得到一个有序集合Y = { ci }。

wpsoffice因为S’，Y中均不重不漏地有序包含1-N的所有编号，且由于随机数表是无限大的，因此其中出现的数字组合是无限多的，因此在一张数表中，总能找到一个起点，使生成的有效数表S’ = Y，即：

wpsoffice同样也可以得到：

所以 存在双射f：Y → S’.

设对n个人发牌，则一个人手中样本为m = N/n（n取值保证N/n为整），m同样可看作在S’中每间隔n个人取一个样本。对于每一个确定的Y和其产生的{mY}，都有一个确定的S’和其产生的{ mS’ }与之对应，且{ mY } = { mS’ }，即：取出的样本相同。

图 I-1



图I-2

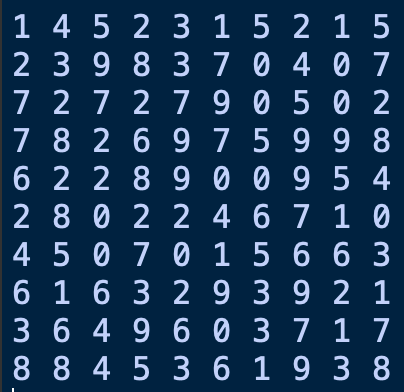
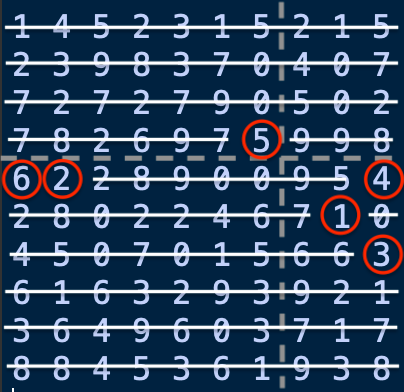


图 I-3



因此“洗牌+发牌”过程可以转换成在一个随机数表中取样的过程。

举例如下：

使用计算机模拟洗牌后的牌序（图I-1）：

取第5张牌为初始牌（相当于一次起牌/切牌），则发牌顺序为Y = { 5, 6, 2, 4, 1, 3 }，甲获得编号为“5”“2”“1”三张牌，乙获得“6”“4”“3”三张牌。

使用计算机生成一个随机数表S（图I-2）：

取第4行第7列数字为起点，删去超出编号范围和重复的编号（图I-3），得到有效数表S’ = { 5, 6, 2, 4, 1, 3 } = Y，并将其依次分给甲乙两人，甲获得编号为“5”“2”“1”三张牌，乙获得“6”“4”“3”三张牌，与“洗牌+发牌”结果一致。

回归定义，这个随机数表选录样本的方法是：从起始点开始，遇到超出总体的号码或重复的号码，舍去，依次交替将选出的样本归入甲组和乙组，直至选出总体数量的样本。

1. 差异性*（石永烨思路）*

根据以上推导，我们是否能说“对一个确定牌序的牌堆任取位置为起始发牌”的过程和“对一个确定的随机数表任取起始点取样”相一致呢？答案是否定的。证明如下：

设一个洗后的牌堆共有n张牌。考虑任取位置为起始发牌后的结果，应有n种情况。而对于一个随机数表S而言，由于其无限大，因此任取起始点取样的结果应有n！种，明显前后结果不一致。举例如下：

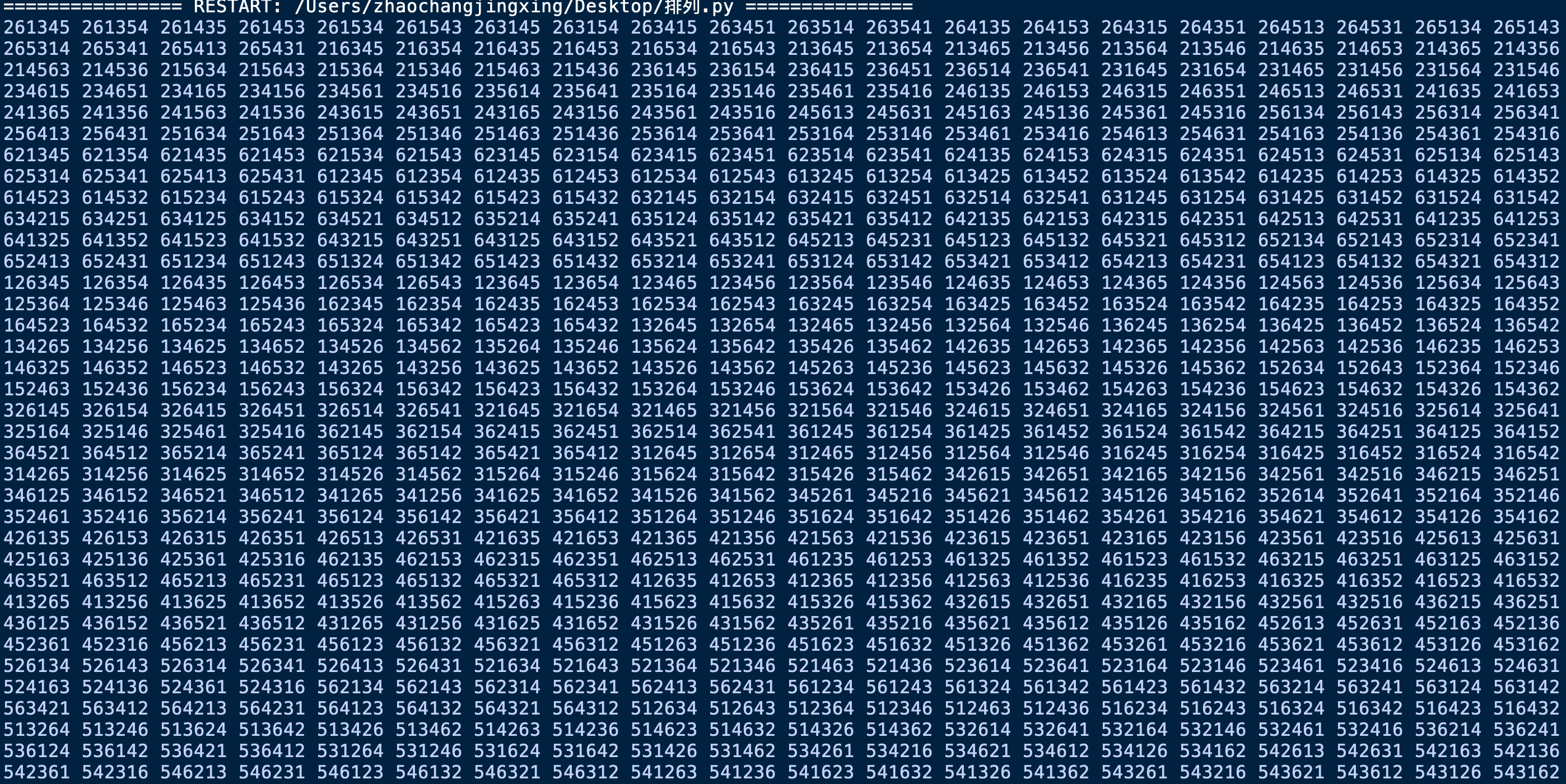
一个洗好的牌堆，顺序为2，6，1，3，4，5，则任取一张作为起始后，共有：

261345 613452 134526 345261 452613 526134

6种情况

而在一张确定的随机数表中，共有如图（图II-1）：

图 II-1



共720 种情况，也就是全部情况。

其差异来源于确定一个牌序和确定一个随机数表这一步并不等价，每一个随机数表虽然排列内容不同，但都包含了全部的情况种类，而牌序一旦确定，发牌时先后便确定了，情况数骤减，因此“发牌”不等价于随机数表法的选取一个起始点读数。

1. 综论

根据以上讨论，我们可以得出结论，如将随机数表法分成两步，1.确定产生一个随机数表，2.选取一个起始点并根据一定规则读数。将顺序发牌分为两步，1.通过洗牌确定一个牌序，2.抽取一张牌作为起始开始顺序发牌。以上两步并不严格等价（不能用‘≡’连接），但合并为整体时外延性的相等（可用‘=’连接）（好比2+6 = 3+5，但2 ≠ 3，6 ≠ 5）。可以得到“发牌”和随机数表法步骤2并不等价，“发牌”所描述的是随机数表法步骤2所描述的一个子集。但在有洗牌一步时将会产生和随机数表法相同的可能性集合，这时“洗牌+发牌”的过程和随机数表法整体对等。

1. 多余的话

在讨论这个问题的时候有同学说“这样想挖的太深了”，而我却觉得想要真正解决一个问题正应该挖到根上去，了解问题的本质。当然不是说这段文字有多么的深入，这段文字只是在通俗的语言适当的添加些数学表述增加严谨性，相较于真正的数学证明还有相当段距离。但是这也应该是我们探究问题的态度，用最严谨的思维去探讨，用最简单的话去表述。很多时候我们的学习仅仅停留在一个表面，并不去深入了解一个概念的建立。有些历史上十分困难，历经坎坷，克服思维和尝试上的反常得到的结论，我们学习时仅仅是一个“规定”，又或是粗浅的直接讲述，失去了内在思维跃进的过程或是逻辑推导的痕迹。或许这会让学习的过程变得简单，但私以为也让学习的过程变得无趣，变得肤浅。